

2009 年河南省普通高等学校  
 选拔优秀专科毕业生进入本科阶段学习考试  
**高等数学**

题号	一	二	三	四	五	总分
分值	60	30	40	14	6	150

注意事项:

答题前, 考生务必将自己的姓名、考场号、座位号、考生号涂写在答题卡上。  
 本试卷的试题答案应答在答题卡上, 答在试卷上无效。

一、选择题 (每小题 2 分, 共 60 分)

在每小题的四个备选答案中选出一个正确答案, 用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号。

1. 下列函数相等的是

A.  $y = \frac{x^2}{x}, y = x$

B.  $y = \sqrt{x^2}, y = x$

C.  $y = x, y = (\sqrt{x})^2$

D.  $y = |x|, y = \sqrt{x^2}$

2. 下列函数中为奇函数的是

A.  $f(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$

B.  $f(x) = x \tan x$

C.  $f(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$

D.  $f(x) = \frac{x}{1-x}$

3. 极限  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{|x-1|}$  的值是

A. 1

B. -1

C. 0

D. 不存在

4. 当  $x \rightarrow 0$  时, 下列无穷小量中与  $x$  等价的是

A.  $2x^2 - x$

B.  $\sqrt[3]{x}$

C.  $\ln(1+x)$

D.  $\sin^2 x$

5. 设  $f(x) = \frac{e^x - 1}{x}$ , 则  $x=0$  是  $f(x)$  的

A. 连续点

B. 可去间断点

C. 跳跃间断点

D. 无穷间断点

6. 设函数  $f(x)$  可导, 且  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(1) - f(1-x)}{2x} = -1$ , 则  $f'(1) =$

A. 2

B. -1

C. 1

D. -2

7. 设函数  $f(x)$  具有四阶导数, 且  $f''(x) = \sqrt{x}$ , 则  $f^{(4)}(x) =$
- A.  $\frac{1}{2\sqrt{x}}$       B.  $\sqrt{x}$       C. 1      D.  $-\frac{1}{4}x^{-\frac{3}{2}}$
8. 曲线  $\begin{cases} y = \sin 2t \\ x = \cos t \end{cases}$  在  $t = \frac{\pi}{4}$  对应点处的法线方程为
- A.  $x = \frac{\sqrt{2}}{2}$       B.  $y = 1$       C.  $y = x + 1$       D.  $y = x - 1$
9. 已知  $d[e^{-x} f(x)] = e^x dx$ , 且  $f(0) = 0$ , 则  $f(x) =$
- A.  $e^{2x} + e^x$       B.  $e^{2x} - e^x$       C.  $e^{2x} + e^{-x}$       D.  $e^{2x} - e^{-x}$
10. 函数在某点处连续是其在该点处可导的
- A. 必要条件      B. 充分条件      C. 充分必要条件      D. 无关条件
11. 曲线  $y = x^4 - 24x^2 + 6x$  的凸区间为
- A.  $(-2, 2)$       B.  $(-\infty, 0)$       C.  $(0, +\infty)$       D.  $(-\infty, +\infty)$
12. 曲线  $y = \frac{e^x}{x}$
- A. 仅有水平渐近线      B. 既有水平又有垂直渐近线  
C. 仅有垂直渐近线      D. 既无水平又无垂直渐近线
13. 下列说法正确的是
- A. 函数的极值点一定是函数的驻点      B. 函数的驻点一定是函数的极值点  
C. 二阶导数非零的驻点一定是极值点      D. 以上说法都不对
14. 设  $f(x)$  在  $[a, b]$  上连续, 且不是常数函数, 若  $f(a) = f(b)$ , 则在  $(a, b)$  内
- A. 必有最大值或最小值      B. 既有最大值又有最小值  
C. 既有极大值又有极小值      D. 至少存在一点  $\xi$ , 使得  $f'(\xi) = 0$
15. 若  $f(x)$  的一个原函数是  $\ln x$ , 则  $f'(x) =$
- A.  $\frac{1}{x}$       B.  $-\frac{1}{x^2}$       C.  $\ln x$       D.  $x \ln x$
16. 若  $\int f(x) dx = x^2 + C$ , 则  $\int xf(1-x^2) dx =$
- A.  $-2(1-x^2)^2 + C$       B.  $2(1-x^2)^2 + C$   
C.  $-\frac{1}{2}(1-x^2)^2 + C$       D.  $\frac{1}{2}(1-x^2)^2 + C$

17. 下列不等式中不成立的是

A.  $\int_1^2 \ln x dx > \int_1^2 (\ln x)^2 dx$

B.  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx < \int_0^{\frac{\pi}{2}} x dx$

C.  $\int_0^2 \ln(1+x) dx < \int_0^2 x dx$

D.  $\int_0^2 e^x dx < \int_0^2 (1+x) dx$

18.  $\int_{\frac{1}{e}}^e |\ln x| dx =$

A.  $\int_{\frac{1}{e}}^1 \ln x dx + \int_1^e \ln x dx$

B.  $\int_{\frac{1}{e}}^1 \ln x dx - \int_1^e \ln x dx$

C.  $-\int_{\frac{1}{e}}^1 \ln x dx + \int_1^e \ln x dx$

D.  $-\int_{\frac{1}{e}}^1 \ln x dx - \int_1^e \ln x dx$

19. 下列广义积分中收敛的是

A.  $\int_e^{+\infty} \frac{\ln x}{x} dx$

B.  $\int_e^{+\infty} \frac{1}{x \ln x} dx$

C.  $\int_e^{+\infty} \frac{1}{x (\ln x)^2} dx$

D.  $\int_e^{+\infty} \frac{1}{x \cdot \sqrt[3]{\ln x}} dx$

20. 方程  $x^2 + y^2 - z = 0$  在空间直角坐标系中表示的曲面是

A. 球面

B. 圆锥面

C. 旋转抛物面

D. 圆柱面

21. 设  $\vec{a} = \{-1, 1, 2\}$ ,  $\vec{b} = \{2, 0, 1\}$ , 则  $\vec{a}$  与  $\vec{b}$  的夹角为

A. 0

B.  $\frac{\pi}{6}$

C.  $\frac{\pi}{4}$

D.  $\frac{\pi}{2}$

22. 直线  $\frac{x+3}{-2} = \frac{y+4}{-7} = \frac{z}{3}$  与平面  $4x - 2y - 2z = 3$  的位置关系是

A. 平行但直线不在平面上

B. 直线在平面上

C. 垂直

D. 相交但不垂直

23. 设  $f(x, y)$  在点  $(a, b)$  处有偏导数, 则  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h, b) - f(a-h, b)}{h} =$

A. 0

B.  $2f'_x(a, b)$

C.  $f'_x(a, b)$

D.  $f'_y(a, b)$



二、填空题（每小题 2 分，共 30 分）

31. 已知  $f(x) = \frac{x}{1-x}$ ，则  $f[f(x)] = \underline{\hspace{2cm}}$ .

32. 当  $x \rightarrow 0$  时， $f(x)$  与  $1 - \cos x$  等价，则  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x \sin x} = \underline{\hspace{2cm}}$ .

33. 若  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x+2a}{x-a} \right)^x = 8$ ，则  $a = \underline{\hspace{2cm}}$ .

34. 设函数  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{x}, & x \neq 0 \\ a, & x = 0 \end{cases}$  在  $(-\infty, +\infty)$  内处处连续，则  $a = \underline{\hspace{2cm}}$ .

35. 曲线  $y = \frac{3x}{1+x}$  在  $(2, 2)$  点处的切线方程为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

36. 函数  $f(x) = x^2 - x - 2$  在区间  $[0, 2]$  上使用拉格朗日中值定理时，结论中的  $\xi = \underline{\hspace{2cm}}$ .

37. 函数  $f(x) = x - \sqrt{x}$  的单调减少区间是  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

38. 已知  $f(0) = 2, f(2) = 3, f'(2) = 4$ ，则  $\int_0^2 x f''(x) dx = \underline{\hspace{2cm}}$ .

39. 设向量  $\vec{b}$  与  $\vec{a} = \{1, -2, 3\}$  共线，且  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 56$ ，则  $\vec{b} = \underline{\hspace{2cm}}$ .

40. 设  $z = e^{x^2+y^2}$ ，则  $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = \underline{\hspace{2cm}}$ .

41. 函数  $f(x, y) = 2x^2 + xy - 2y^2$  的驻点为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

42. 设区域  $D$  为  $x^2 + y^2 \leq 9$ ，则  $\iint_D x^2 y d\sigma = \underline{\hspace{2cm}}$ .

43. 交换积分次序后， $\int_0^1 dx \int_x^{\sqrt{x}} f(x, y) dy = \underline{\hspace{2cm}}$ .

44. 已知  $y = -\frac{1}{4} x e^{-x}$  是微分方程  $y'' - 2y' - 3y = e^{-x}$  的一个特解，则该方程的通解为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

45. 已知级数  $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$  的部分和  $S_n = n^3$ ，则当  $n \geq 2$  时， $u_n = \underline{\hspace{2cm}}$ .

三、计算题（每小题 5 分，共 40 分）

46. 求  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{e^x - 1} \right)$ .

47. 设  $y = f(x)$  是由方程  $e^{xy} + y \ln x = \sin 2x$  确定的隐函数，求  $\frac{dy}{dx}$ .

48. 已知  $\int x f(x) dx = e^{-2x} + C$ ，求  $\int \frac{1}{f(x)} dx$ .

49. 求  $\int_{-4}^4 |x(x-1)| dx$ .

50. 已知  $z = e^{x^2+xy-y^2}$ ，求全微分  $dz$ .

51. 求  $\iint_D (2x+y) d\sigma$ ，其中区域  $D$  由直线  $y = x$ ， $y = 2x$ ， $y = 2$  围成.

52. 求微分方程  $y' - 2xy = xe^{-x^2}$  的通解.

53. 求幂级数  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n} x^{2n}$  的收敛区间（考虑区间的端点）.

四、应用题（每小题 7 分，共 14 分）

54. 靠一堵充分长的墙边，增加三面墙围成一矩形场地，在限定场地面积为  $64m^2$  的条件下，问增加的三面墙各长多少时，其总长最小.

55. 设  $D$  是由曲线  $y = f(x)$  与直线  $y = 0$ ， $y = 3$  围成的区域，其中

$$f(x) = \begin{cases} x^2, & x \leq 2 \\ 6-x, & x > 2 \end{cases},$$

求  $D$  绕  $y$  轴旋转形成的旋转体的体积.

五、证明题（6 分）

56. 设  $F(x) = \int_a^x f(t) dt + \int_b^x \frac{1}{f(t)} dt$ ，其中函数  $f(x)$  在闭区间  $[a, b]$  上连续，且  $f(x) > 0$ ，证明在开区间  $(a, b)$  内，方程  $F(x) = 0$  有唯一实根.