

**2010 年河南省普通高等学校**  
**选拔优秀专科毕业生进入本科阶段学习考试**

## 高等数学

题号	一	二	三	四	五	总分
分值	60	20	45	16	9	150

注意事项:

答题前, 考生务必将自己的姓名、考场号、座位号、考生号填写在答题卡上。  
本试卷的试题答案必须答在答题卡上, 答在试卷上无效。

### 一、选择题 (每小题 2 分, 共 60 分)

在每小题的四个备选答案中选出一个正确答案, 用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号。

1. 设函数  $f(x)$  的定义域为区间  $(-1, 1]$ , 则函数  $e^{f(x-1)}$  的定义域为

- A.  $[-2, 2]$     B.  $(-1, 1]$     C.  $(-2, 0]$     D.  $(0, 2]$

2. 若  $f(x)$  ( $x \in \mathbb{R}$ ) 为奇函数, 则下列函数为偶函数的是

- A.  $y = \sqrt[3]{x^3 - 1} f(x), x \in [-1, 1]$   
B.  $y = xf(x) + \tan^3 x, x \in (-\pi, \pi)$   
C.  $y = x^3 \sin x - f(x), x \in [-1, 1]$   
D.  $y = f(x)e^{x^2} \sin^5 x, x \in [-\pi, \pi]$

3. 当  $x \rightarrow 0$  时,  $e^{2x} - 1$  是  $\sin 3x$  的

- A. 低阶无穷小    B. 高阶无穷小  
C. 等价无穷小    D. 同阶非等价无穷小

4. 设函数  $f(x) = \begin{cases} x^2 \sin \frac{1}{x^5}, & x > 0 \\ e^x, & x < 0 \end{cases}$ , 则  $x = 0$  是  $f(x)$  的

- A. 可去间断点    B. 跳跃间断点  
C. 连续点    D. 第二类间断点

5. 下列方程在区间  $(0, 1)$  内至少有一个实根的为

- A.  $x^2 + 2 = 0$     B.  $\sin x = 1 - \pi$   
C.  $x^3 + 5x^2 - 2 = 0$     D.  $x^2 + 1 + \arctan x = 0$

6. 函数  $f(x)$  在点  $x = x_0$  处可导, 且  $f'(x_0) = -1$ , 则  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0) - f(x_0 + 3h)}{2h} =$

- A.  $\frac{2}{3}$     B.  $-\frac{2}{3}$     C.  $-\frac{3}{2}$     D.  $\frac{3}{2}$

7. 曲线  $y = x \ln x$  的平行于直线  $x - y + 1 = 0$  的切线方程是

- A.  $y = x - 1$     B.  $y = -(x + 1)$   
C.  $y = -x + 1$     D.  $y = (\ln x + 1)(x - 1)$

8. 设函数  $y = \sqrt{1 - x^2} - 2 \sin \frac{\pi}{5}$ , 则  $y' =$

- A.  $-\frac{x}{\sqrt{1 - x^2}} - 2 \cos \frac{\pi}{5}$     B.  $-\frac{x}{\sqrt{1 - x^2}}$   
C.  $\frac{2x}{\sqrt{1 - x^2}}$     D.  $-\frac{2x}{\sqrt{1 - x^2}} - \frac{2}{5} \cos \frac{\pi}{5}$

9. 若函数  $f(x)$  满足  $df(x) = -2x \sin x^2 dx$ , 则  $f(x) =$

- A.  $\cos x^2$     B.  $\cos x^2 + C$     C.  $\sin x^2 + C$     D.  $-\cos x^2 + C$

10.  $\frac{d}{dx} \int_a^b e^{-x} \sin(1 - 2x) dx =$

- A.  $e^{-x} \sin(1 - 2x)$     B.  $e^{-x} \sin(1 - 2x) dx$   
C.  $e^{-x} \sin(1 - 2x) + C$     D. 0

11. 若  $f(-x) = f(x)$ , 在区间  $(0, +\infty)$  内,  $f'(x) > 0$ ,  $f''(x) > 0$ , 则  $f(x)$  在区间  $(-\infty, 0)$  内

- A.  $f'(x) < 0, f''(x) < 0$     B.  $f'(x) > 0, f''(x) > 0$   
C.  $f'(x) > 0, f''(x) < 0$     D.  $f'(x) < 0, f''(x) > 0$

12. 若函数  $f(x)$  在区间  $(a, b)$  内连续, 在点  $x_0$  处不可导,  $x_0 \in (a, b)$ , 则

- A.  $x_0$  是  $f(x)$  的极大值点    B.  $x_0$  是  $f(x)$  的极小值点  
C.  $x_0$  不是  $f(x)$  的极值点    D.  $x_0$  可能是  $f(x)$  的极值点

13. 曲线  $y = xe^{-x}$  的拐点为

- A.  $x=1$       B.  $x=2$       C.  $\left(2, \frac{2}{e^2}\right)$       D.  $\left(1, \frac{1}{e}\right)$

14. 曲线  $y = \frac{2\arctan x}{5x} + 3$

- A. 仅有水平渐近线  
B. 仅有垂直渐近线  
C. 既有水平渐近线, 又有垂直渐近线  
D. 既无水平渐近线, 又无垂直渐近线

15. 若  $\cos x$  是  $f(x)$  的一个原函数, 则  $\int df(x) =$

- A.  $-\sin x + C$     B.  $\sin x + C$     C.  $-\cos x + C$     D.  $\cos x + C$

16. 设曲线  $y = f(x)$  过点  $(0, 1)$ , 且在该曲线上任意一点  $(x, y)$  处切线的斜率为  $x + e^x$ , 则  $f(x) =$

- A.  $\frac{x^2}{2} - e^x$     B.  $\frac{x^2}{2} + e^x$     C.  $x^2 + e^x$     D.  $x^2 - e^x$

17.  $\int_{-\pi}^{\pi} \frac{x^2 \sin x}{1+x^4} dx =$

- A. 2      B. 0      C. 1      D. -1

18. 设  $f(x)$  是连续函数, 则  $\int_a^{x^2} f(t) dt$  是

- A.  $f(x)$  的一个原函数      B.  $f(x)$  的全体原函数  
C.  $2xf(x^2)$  的一个原函数      D.  $2xf(x^2)$  的全体原函数

19. 下列广义积分收敛的是

- A.  $\int_1^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{x}} dx$       B.  $\int_e^{+\infty} \frac{\ln^2 x}{x} dx$   
C.  $\int_e^{+\infty} \frac{1}{x \ln^2 x} dx$       D.  $\int_1^{+\infty} \frac{x}{1+x^2} dx$

20. 微分方程  $x^4(y'')^2 + y' - x^2y = 0$  的阶数是

- A. 1      B. 2      C. 3      D. 4

21. 已知向量  $\vec{a} = \{5, x, -2\}$  和  $\vec{b} = \{y, 6, 4\}$  平行, 则  $x$  和  $y$  的值分别为

- A. -4, 5      B. -3, -10      C. -4, -10      D. -10, -3

22. 平面  $x+y+z=1$  与平面  $x+y-z=2$  的位置关系是

- A. 重合      B. 平行  
C. 垂直      D. 相交但不垂直

23. 下列方程在空间直角坐标系中表示的曲面为柱面的是

- A.  $y^2 + z^2 = 1$       B.  $z = x^2 + y^2$   
C.  $z^2 = x^2 + y^2$       D.  $z = x^2 - y^2$

24. 关于函数  $f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{x^2 + y^2}, & x^2 + y^2 \neq 0 \\ 0, & x^2 + y^2 = 0 \end{cases}$  下列表述错误的是

- A.  $f(x, y)$  在点  $(0, 0)$  处连续      B.  $f_x(0, 0) = 0$   
C.  $f_y(0, 0) = 0$       D.  $f(x, y)$  在点  $(0, 0)$  处不可微

25. 设函数  $z = \frac{x}{y} \ln(x-y)$ , 则  $\frac{\partial z}{\partial y} =$

- A.  $\frac{x}{y(x-y)}$       B.  $-\frac{x \ln(x-y)}{y^2}$   
C.  $\frac{\ln(x-y)}{y} + \frac{x}{y(x-y)}$       D.  $-\frac{x \ln(x-y)}{y^2} - \frac{x}{y(x-y)}$

26. 累次积分  $\int_0^2 dx \int_{-\sqrt{2x-x^2}}^{\sqrt{2x-x^2}} f(x, y) dy$  写成另一种次序的积分是

- A.  $\int_0^1 dy \int_{-y}^y f(x, y) dx$       B.  $\int_0^2 dy \int_{-\sqrt{2y-y^2}}^{\sqrt{2y-y^2}} f(x, y) dx$   
C.  $\int_{-1}^1 dy \int_{-\sqrt{1-y^2}}^{\sqrt{1-y^2}} f(x, y) dx$       D.  $\int_{-1}^1 dy \int_{1-\sqrt{1-y^2}}^{1+\sqrt{1-y^2}} f(x, y) dx$

27. 设  $D = \{(x, y) | |x| \leq 2, |y| \leq 2\}$ , 则  $\iint_D dx dy =$

- A. 2      B. 16      C. 12      D. 4

28. 若幂级数  $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$  的收敛半径为  $R$ , 则幂级数  $\sum_{n=0}^{\infty} a_n (x-2)^{2n}$  的收敛区间为

- A.  $(-\sqrt{R}, \sqrt{R})$  B.  $(2-R, 2+R)$   
C.  $(-R, R)$  D.  $(2-\sqrt{R}, 2+\sqrt{R})$

29. 下列级数绝对收敛的是

- A.  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\sqrt{n}}$  B.  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{3^n}{2^{2n}}$   
C.  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n+1}{2n-1}$  D.  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{\sqrt{2n^2-1}}$

30. 若幂级数  $\sum_{n=0}^{\infty} a_n (x-3)^n$  在点  $x=1$  处发散, 在点  $x=5$  处收敛, 则在点  $x=0$ ,  $x=2$ ,  $x=4$ ,  $x=6$  中使该级数发散的点的个数有

- A. 0 个 B. 1 个 C. 2 个 D. 3 个

## 二、填空题 (每空 2 分, 共 20 分)

31. 设  $f(3-2x)$  的定义域为  $(-3, 4]$ , 则  $f(x)$  的定义域为\_\_\_\_\_.

32. 极限  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x}(\sqrt{x+2} - \sqrt{x-3}) =$ \_\_\_\_\_.

33. 设函数  $f(x) = (x+1)(x+2)(x-3)(x-4)$ , 则  $f^{(4)}(x) =$ \_\_\_\_\_.

34. 设参数方程  $\begin{cases} x = 2t+1 \\ y = 3t^2-1 \end{cases}$  所确定的函数为  $y = y(x)$ , 则  $\frac{d^2 y}{dx^2} =$ \_\_\_\_\_.

35.  $\int (\ln x + 1) dx =$ \_\_\_\_\_.

36. 点  $(3, 2, -1)$  到平面  $x+y+z-1=0$  的距离是\_\_\_\_\_.

37. 函数  $z = (1+y)^x$  在点  $(1, 1)$  处的全微分  $dz =$ \_\_\_\_\_.

38. 设  $L$  为三个顶点分别为  $(0, 0)$ ,  $(1, 0)$  和  $(0, 1)$  的三角形边界,  $L$  的方向为逆时针方向, 则  $\oint_L (xy^2 - y^3) dx + (x^2 y - 3xy^2) dy =$ \_\_\_\_\_.

39. 已知微分方程  $y' + ay = e^x$  的一个特解为  $y = xe^x$ , 则  $a =$ \_\_\_\_\_.

40. 级数  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{3^n}{n!}$  的和为\_\_\_\_\_.

## 三、计算题 (每小题 5 分, 共 45 分)

41. 求极限  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{(e^x - 1) \sin x}{1 - \cos x} - \frac{\int_0^{x^2} \sin t dt}{x^4} \right)$ .

42. 设由方程  $e^y - xy^2 = e^2$  确定的函数为  $y = y(x)$ , 求  $\frac{dy}{dx} \Big|_{x=0}$ .

43. 求不定积分  $\int \frac{e^{2x}}{\sqrt{e^x + 1}} dx$ .

44. 求定积分  $\int_0^2 (x + \sqrt{2x - x^2}) dx$ .

45. 求过点  $(1, 2, -5)$  且与直线  $\begin{cases} 2x - y + z = 1 \\ x - 3y = 3 \end{cases}$  平行的直线方程.

46. 求函数  $f(x, y) = x^2 + 3y^2 - 2xy + 8x$  的极值.

47. 将  $f(x) = \frac{3x}{2x^2 + x - 1}$  展开成  $x$  的幂级数.

48. 计算二重积分  $\iint_D \sqrt{x^2 + y^2} d\sigma$ , 其中  $D$  是由圆  $x^2 + y^2 = 3$  所围成的闭区域.

49. 求微分方程  $9y'' - 6y' + y = 0$  的通解.

## 四、应用题 (每小题 8 分, 共 16 分)

50. 要做一个容积为  $V$  的圆柱形带盖容器, 问它的高与底面半径的比值是多少时用料最省?

51. 平面图形  $D$  由曲线  $y = x^2$ , 直线  $y = 2 - x$  及  $x$  轴所围成. 求:

- (1)  $D$  的面积;  
(2)  $D$  绕  $x$  轴旋转形成的旋转体的体积.

## 五、证明题 (9 分)

52. 设函数  $f(x)$  在闭区间  $[0, 1]$  上连续, 在开区间  $(0, 1)$  内可导, 且  $f(0) = 0$ ,

$f(1) = 2$ . 证明: 在  $(0, 1)$  内至少存在一点  $\xi$ , 使得  $f'(\xi) = 2\xi + 1$  成立.