2001 年河南省普通高等学校

选拔专科优秀毕业生升入本科学校学习考试

# 高等数学试卷

| 题　号 | 一 | 二 | 三 | 四 | 五 | 总　分 |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 得　分 | | | | | | |

考生注意：根据国际要求，试卷中正切函数、余切函数、反正切函数、反余切函数分别用 $\tan x$、$\cot x$、$\arctan x$、$arc\cot x$ 表示。

一、**选择题**（每小题 1 分，共 30 分每小题选项中只有一个是正确的，请将正确答案的序号填在括号内）

1、函数 $y=\frac{1}{\sqrt{x}}\ln(3-x)$ 的定义域为　　（　　　）

（A）[0，3)，（B）(0，3)，（C）(0，3]，（D）[0，3]；

2、已知 $f(x+\frac{1}{x})=x^2+\frac{1}{x^2}$，则 $f(x)$ 等于　　（　　）

（A）$x^2+2$，（B）$(x+2)^2$，（C）$x^2-2$，（D）$(x-2)^2$；

3、设 $f(x)=1-\cos 2x$，$g(x)=x^2$，则当 $x\to 0$ $f(x)$ 是 $g(x)$ 的（　　）

（A）高阶无穷小，　　（B）低阶无穷小，

（C）等价无穷小，　　（D）同阶但不等价无穷小；

4、对于函数 $y=\frac{x^2-4}{x(x-2)}$，下列结论中正确的是　　（　　）

（A）$x=0$ 是第一类间断点，$x=2$ 是第二类间断点，

（B）$x=0$ 是第二类间断点，$x=2$ 是第一类间断点，

（C）$x=0$ 是第一类间断点，$x=2$ 是第一类间断点，

（D）$x=0$ 是第二类间断点，$x=2$ 是第二类间断点；

5、设 $f'(x)=2$，则 $\lim\limits_{h\to 0}\frac{f(h)-f(-h)}{h}$ 的值为　　（　　）

（A）1，（B）2，（C）0，（D）4；

6、设 $y=\cos e^x$，则 $dy$ 等于　　（　　）

（A）$-e^x\sin e^x dx$，　　（B）$-e^x\sin e^x$，

（C）$e^x\sin e^x dx$，　　（D）$-\sin e^x dx$；

7、已知椭圆的参数方程为$\begin{cases} x = a\cos t \\ y = b\sin t \end{cases}$ $(a>0, b>0)$，则椭圆在$t=\dfrac{\pi}{4}$对应点处的切线斜率为

（A）$\dfrac{b}{a}$，（B）$\dfrac{a}{b}$，（C）$-\dfrac{b}{a}$，（D）$-\dfrac{a}{b}$；

8、函数$y=f(x)$在点$x_0$处可导是它在$x_0$处连续的　　（　　）

（A）充分必要条件，（B）必要条件，（C）充分条件，（D）以上都不对；

9、曲线$y=x^3-3x^2$的拐点为　　（　　）

（A）(1，—2)，（B）1，（C）(0，0)，（D）(2，—4)；

10、　下列函数中在［—1，1］上满足罗尔定理条件的是　　（　　）

（A）$y=|x|$，（B）$y=x^3$，（C）$y=x^2$，（D）$y=\dfrac{1}{x}$；

11、　设$F(x)$是$f(x)$的一个原函数，则$\int f(2x)dx$等于　　（　　）

（A）$\dfrac{1}{2}F(x)+C$，（B）$\dfrac{1}{2}F(2x)+C$，3)，（C）$F(x)+C$，（D）$F(2x)+C$；

12、　下列式子中正确的是　　（　　）

（A）$\int dF(x)=F(x)$，　　（B）$d\int dF(x)=F(x)+C$，

（C）$\dfrac{d}{dx}\int f(x)dx=f(x)dx$，　　（D）$d\int f(x)dx=f(x)dx$；

13、　设$I_1=\int_0^1 x^2dx$，　$I_2=\int_0^1 e^{x^2}dx$ 。则它们的大小关系是　（　　）

（A）$I_1>I_2$，（B）$I_1=I_2$，（C）$I_1<I_2$，（D）$I_1\geq I_2$；

14、　$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\int_0^x \tan^2 t dt}{x^3}$ 等于　　（　　）

（A）$+\infty$，　（B）$\dfrac{1}{6}$ ，　（C）0，　（D）$\dfrac{1}{3}$；

15、　下列广义积分中收敛的是　　（　　）

（A）$\int_1^{+\infty}\dfrac{1}{x\sqrt{x}}dx$，　　（B）$\int_1^{+\infty}\dfrac{1}{\sqrt{x}}dx$，

（C）$\int_1^{+\infty}\dfrac{1}{x}dx$，　　（D）$\int_1^{+\infty}\dfrac{1}{\ln x}dx$；

**16、** $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}}\dfrac{\sqrt{xy+1}-1}{xy}$ 等于　（　）

（A）0，　（B）$\dfrac{1}{2}$，　（C）$-\dfrac{1}{2}$，　（D）$+\infty$；

**17、** 设$z=xy+x^3$，则$dz\big|_{y=1}^{x=1}$等于　（　）

（A）$dx+4dy$，　（B）$dx+dy$，　（C）$4dx+dy$，　（D）$3dx+dy$；

**18、** 函数$f(x,y)=x^2+y^2-2x-2y+1$的驻点是　（　）

（A）（0，0），　（B）（0，1），　（C）（1，0），　（D）（1，1）；

**19、** 平面$3x+2y-z+5=0$与$x-2y-z-4=0$的位置关系是（　）

（A）平行，　（B）垂直，　（C）重合，　（D）斜交；

**20、** 设$D=\{(x,y)\big|x^2+y^2\le R^2,y\ge 0\}$则在极坐标系中，

$\iint\limits_D f(x^2+y^2)dxdy$可表示为　（　）

（A）$\int_0^{\pi}d\vartheta\int_0^R f(r^2)dr$，　（B）$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}d\vartheta\int_0^R f(r^2)rdr$

（C）$\int_0^{\pi}d\vartheta\int_0^R f(r^2)rdr$，　（D）$\int_0^{2\pi}d\vartheta\int_0^R f(r^2)dr$；

**21、** 设级数$\sum\limits_{n=1}^{+\infty}(1-u_n)$收敛，则$\lim\limits_{n\to\infty}u_n$等于　（　）

（A）1，　（B）0，　（C）$+\infty$，　（D）不确定；

**22、** 下列级数中，收敛的是　（　）

（A）$\sum\limits_{n=1}^{+\infty}\dfrac{1}{\sqrt{n}}$，（B）$\sum\limits_{n=1}^{+\infty}\dfrac{2^n}{3^n}$，（C）$\sum\limits_{n=1}^{+\infty}\dfrac{2^n}{n}$，（D）$\sum\limits_{n=1}^{+\infty}[\dfrac{1}{n^2}+(\dfrac{4}{3})^n]$；

**23、** 设正项级数$\sum\limits_{n=1}^{+\infty}u_n$收敛，则下列级数中一定收敛的是　（　）

（A）$\sum\limits_{n=1}^{+\infty}nu_n$，（B）$\sum\limits_{n=1}^{+\infty}\sqrt{u_n}$，（C）$\sum\limits_{n=1}^{+\infty}\dfrac{1}{u_n}$，（D）$\sum\limits_{n=1}^{+\infty}u_n^2$；

24、 下列级数中，条件收敛的是 （ ）

（A）$\sum_{n=1}^{+\infty}\sin\frac{1}{n^2}$ ，（B）$\sum_{n=1}^{+\infty}(-1)^n\frac{1}{n^2}$，（C）$\sum_{n=1}^{+\infty}(-1)^n\frac{1}{\sqrt{n}}$，（D）$\sum_{n=1}^{+\infty}(-1)^n\frac{1}{2^n}$；

25、 若幂级数$\sum_{n=0}^{+\infty}a_nx^n$在$x=2$处收敛，则该级数在$x=-1$处 （ ）

（A）发散， （B）条件收敛， （C）绝对收敛， （D）敛散性无法判定；

26、 某二阶常微分方程的下列解中为通解的是 （ ）

（A） $y=C\sin x$， （B） $y=C_1\sin x+C_2\cos x$，

（C） $y=\sin x+\cos x$， （D） $y=(C_1+C_2)\cos x$；

27、 下列常微分方程中为线性方程的是 （ ）

（A） $y'=e^{x-y}$， （B） $yy'+y=\sin x$，

（C） $x^2dx=(y'+2xy)dy$， （D） $xy'+y-e^{2x}=0$；

28、 微分方程$y'''=x$的通解为 （ ）

（A） $y=\frac{1}{24}x^4+C_1x^2+C_2x+C_3$，（B） $y=\frac{1}{12}x^3+C_1x^2+C_2x+C_3$，

（C） $y=\frac{1}{12}x^4+C_1x^2+C_2x+C_3$，（D） $y=\frac{1}{18}x^3+C_1x^2+C_2x+C_3$；

29、 微分方程$y''-4y=0$的通解为 （ ）

（A） $y=C_1e^{2x}+C_2e^{-2x}$， （B） $y=(C_1+C_2x)e^{2x}$，

（C） $y=C_1+C_2e^{2x}$， （D） $y=C_1\cos 2x+C_2\sin 2x$；

30、 对于微分方程$y''-2y=x^2$利用待定系数法求特解$y^*$时，下列特解设法正确的是 （ ）

（A） $y^*=ax^2+bx+c$， （B） $y^*=x^2(ax^2+bx+c)$，

（C） $y^*=x(ax+b)$， （D） $y^*=x(ax^2+bx+c)$。

二、**填空题**（每小题 2 分，共 20 分）

1、$\lim\limits_{x\to 0}(1+\sin x)^{\frac{1}{x}}=$________；

2、设 $f(x)=x^3+3^x$，则 $f^{(4)}(0)=$________；

3、曲线 $y=\arctan 2x$ 在（0，0）点的法线方程为________________；

4、$\int e^x \sin e^x dx=$________________；

5、由曲线 $y=x^2$，$y=0$，$x=1$ 所围成的平面图形绕 $x$ 轴旋转一周所称的旋转体的体积是______________；

6、设 $z=x^y+y^x$，则 $\dfrac{\partial z}{\partial x}=$__________；

7、交换积分 $I=\int_0^1 dx\int_x^1 f(x,y)dy$ 的积分次序，则 $I=$________________；

8、幂级数 $\sum\limits_{n=1}^{+\infty}\dfrac{(x-5)^n}{\sqrt{n}}$ 的收敛半径为________________；

9、幂级数 $\sum\limits_{n=0}^{+\infty}\dfrac{2^n x^n}{n!}$ 的和函数 $S(x)=$______________；

10、方程 $\sec^2 x\tan y dx+\sec^2 y\tan x dy=0$ 的通解为______________；

三、**计算题**（每小题 4 分，共 36 分）

1、$\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{\ln\cot x}{\ln x}$ .

2、求函数 $y=(1+2x)^{1+2x}$ 的导数.

3、已知 $z=f(xy,x+y)$ 且 $f$ 可微，求 $\dfrac{\partial z}{\partial x}$，$\dfrac{\partial z}{\partial y}$ .

4、计算 $\int x\ln(1+x^2)dx$ .

5、$\int_1^{\sqrt{2}}\dfrac{1}{x^2\sqrt{1+x^2}}dx$ .

6、计算 $I=\iint\limits_D xy^2 dxdy$，其中 D 为 $x^2+y^2=4, x=0$ 所围的右半圆.

7、计算积分 $\int_L (x^3 - y)dx - (x + \sin y)dy$， 其中 L 是曲线 $y = x^2$ 上从点（0，0）到点（1，1）之间的一段有向弧.

8、求过点 P(1,1,1)且平行于平面 $\pi_1 : 2x - 3y + z - 4 = 0$ 与 $\pi_2 : x + y - z - 6 = 0$ 的直线方程.

9、将函数 $f(x) = \dfrac{1}{2 - 3x + x^2}$ 展开成麦克劳林级数，并写出收敛区间.

四、**应用题**（每小题 5 分，共 10 分）

1、 某工厂生产某产品需两种原料 A、B，且产品的产量 $z$ 与所需 A 原料数 $x$ 及 B 原料数 $y$ 的关系式为 $z = x^2 + 8xy + 7y^2$。已知 A 原料数的单价为 1 万元／吨，B 原料数的单价为 2 万元／吨，现有 100 万元，如何购置原料，才能使该产品的产量最大？

2、 已知位于第一象限的凸曲线经过原点 O（0，0）和点 A(1,1)且对于该曲线上的任一点 P $(x, y)$，曲线弧 $\hat{OP}$ 与直线段 $\overline{OP}$ 所围的平面图形面积为 $x^3$，求曲线弧的方程。

五、**证明题**（4 分）

证明方程 $e^x - \dfrac{3}{2} - \int_0^x \dfrac{dt}{1 + t^2} = 0$ 在区间（0，1）内有唯一的实根。